

文章编号 1004-924X(2009)12-2919-05

# 超高斯贝塞尔光束在湍流大气中的传播

马秀波,李恩邦

(天津大学 精密仪器与光电子工程学院,天津 300072)

**摘要:**针对激光束在大气中传播时,大气湍流引起的光强起伏等现象限制光束实际应用的问题,研究了消除或者减小大气湍流对光束质量影响的方法。基于广义惠更斯菲涅耳原理,通过数值模拟研究了超高斯贝塞尔(SGB)光束在不同湍流强度下的轴向和横向光强分布。针对SGB光束在一定传播距离上具有无衍射性和自恢复性能的研究发现,在弱湍流大气环境中,尽管湍流强度的增大会加速轴上光强的衰减,但是在一定距离范围内,SGB光束仍然保持其无衍射特点。在弱湍流强度变化范围内,通过选择合适的孔径函数,可以将SGB光束的横向光强分布的峰值变化限制在不超过10%,表明SGB光束具有一定的抵抗大气湍流干扰的能力。

**关键词:**无衍射光束;超高斯贝塞尔光束;大气湍流;广义惠更斯菲涅耳原理

**中图分类号:**P427.1;O436.1 **文献标识码:**A

## Propagation of SGB beam in turbulent atmosphere

MA Xiu-bo, LI En-bang

(College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering,  
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** Applications of laser beams to wireless communications are limited by the light intensity fluctuation caused by atmospheric turbulence when they propagate the atmosphere. In order to find out an approach to remove or decrease the effect of atmospheric turbulence on the beam quality, the axial and transverse light intensity distribution of the Super-Gaussian-Bessel (SGB) beam is investigated by means of a numeric simulation based on the general Huygens-Fresnel principle. As the SGB beam is characterized by its non-diffracting and self-reconstruction abilities over a certain propagation distance, it is proved that the axial intensity of the SGB beam is decreased under the influence of atmospheric turbulence, but its non-diffraction characteristics are still maintained over a certain propagation distance in the weak fluctuation. The peak intensity variation of the transverse intensity distribution of the SGB beam can be kept below 10 percent by selecting a proper aperture function in the range of weak fluctuation. These results show that the SGB beam has the ability to resist the influence of atmospheric turbulence.

**Key words:** non-diffracting beam; Super-Gaussian-Bessel (SGB) beam; atmospheric turbulence; general Huygens-Fresnel principle

收稿日期:2008-11-04;修订日期:2009-01-06.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 60578054; No. 60877049);天津市重点科学基金资助项目(No. 08JCZDJC19300)

## 1 引言

无线激光通信技术是以激光为载体,在真空或大气中传递信息的技术。当激光在湍流大气中传输时,大气湍流会导致光束波前相位的随机起伏,引起光束抖动、强度起伏等效应,从而使光束质量下降,严重影响激光通信系统的稳定性、可靠性,限制了激光的实际应用。因此,大气湍流对激光传输的影响是一个值得研究的问题<sup>[1-4]</sup>。在 Durnin 于 1987 年提出无衍射光束后<sup>[5]</sup>,无衍射光束的传输特性一直是研究的热点问题<sup>[2,6-9]</sup>。超高斯贝塞尔(SGB)光束是蒋志平在 1995 年提出的<sup>[8]</sup>,作为在物理上可以实现的无衍射光束,同理想的无衍射光束不同,SGB 光束具有有限的能量,并且在一定的距离范围内传播,其典型特点表现为保持其中心区域光强的横向分布不变,也就是无衍射性,此外还具有自恢复性能。本文基于广义的惠更斯-菲涅耳原理,采用数值模拟的方法,研究了 SGB 光束在弱湍流大气环境中的传播情况,重点分析了 SGB 光束的轴向和横向光强分布。

## 2 SGB 光束的光场分布

凡是在物理上可以实现的光束都受到光学元件有限孔径的制约,当贝塞尔光束的孔径函数为超高斯函数时,即可得到超高斯贝塞尔光束。在极坐标下 $(r, \phi, z)$ ,源平面上的 SGB 光束表达式为贝塞尔函数与超高斯函数的乘积形式<sup>[8]</sup>:

$$E(r) = AJ_0(\beta r) \exp(-r^n/\omega_0^n), \quad (1)$$

其中, $\omega_0, \beta, A$  是常数, $\omega_0$  表示超高斯函数的宽, $1/\beta$  为贝塞尔函数中心极大值的宽。 $n$  取整数,为超高斯函数的阶数。显然,当阶数  $n=2$  时可以得到贝塞尔高斯函数,可见贝塞尔高斯函数是 SGB 函数的特例。为了分析问题的方便,取常数  $A=1$ ,光的波长  $\lambda=1\ 500\ \text{nm}$ ,在下文中不再做说明。选择激光波长  $\lambda=1\ 500\ \text{nm}$ ,是因为该波长的设备在功率、传输距离以及视觉安全方面的优势,在

无线光通信方面很有发展前景。

根据惠更斯-菲涅耳原理,在傍轴条件下,SGB 光束在真空中形成的光场内强度分布为:

$$I(\rho, z) = \frac{k^2}{z^2} \left| \int_0^\infty E(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr\rho}{z}\right) r dr \right|^2, \quad (2)$$

其中, $k=2\pi/\lambda$  为波矢的大小, $\lambda$  为光的波长, $E(r)$  为 SGB 光束。轴上光强满足条件  $\rho=0$ ,代入式(2)得到轴上光强表示式:

$$I(0, z) = \frac{k^2}{z^2} \left| \int_0^\infty E(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) r dr \right|^2, \quad (3)$$

式(3)表明轴上光强可以视为波面  $E(r)$  上每个宽为  $dr$  的环面贡献相干叠加的结果。无衍射光束的图样由中心主瓣和周围的一些光环组成,在光束传播过程中,周围的光环起着维系光束的无衍射性和自恢复性能的作用。

图 1 给出了不同阶数  $n$  的 SGB 光束的轴上光强分布,其中, $\beta=200\ \text{m}^{-1}$ , $\omega_0=0.05\ \text{m}$ 。显然,不同的 SGB 光束,轴向光强分布不同。随着阶数  $n$  的增大,SGB 光束的轴上光强分布逐步由递减出现了起伏、振荡的现象。SGB 光束的传输距离是有限的,在传输一定距离后都呈现出单调衰减的现象。从图 2 给出的  $n=6$  的 SGB 光束  $z=200, 300, 400\ \text{m}$  位置处的横向光强分布不难发现 SGB 光束的无衍射性,不同位置的光强横向分

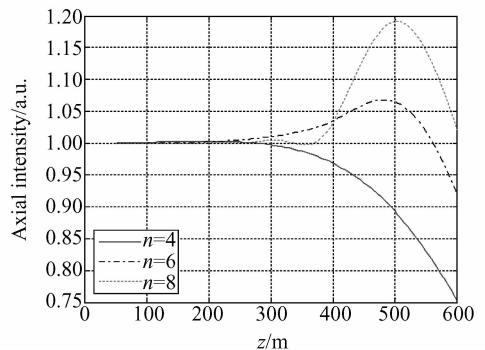


图 1 SGB 光束的轴上光强分布( $\beta=200\ \text{m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05\ \text{m}$ )

Fig. 1 Axial intensity distribution of SGB beam ( $\beta=200\ \text{m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05\ \text{m}$ )

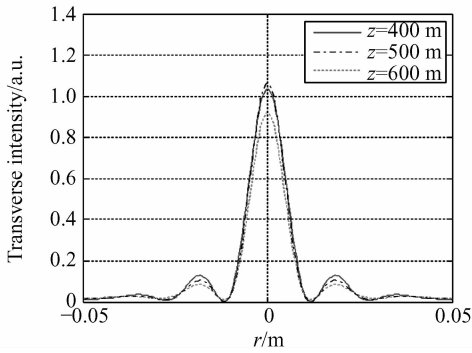


图 2 SGB 光束在不同位置处的横向光强分布

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}, \omega_0=0.05 \text{ m}, n=6$ )

Fig. 2 Transverse intensity distribution of SGB beam at different positions

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}, \omega_0=0.05 \text{ m}, n=6$ )

布几乎相同。SGB 光束在某一点横向光强分布的峰值就是该点的轴上光强。从图 2 还可以发现周围光环的峰值总是随着传播距离减小的, 这是因为在光束传播过程中, 能量不断地从周围光环衍射到中心区域的缘故<sup>[9]</sup>。无衍射光束在其中心区域受到障碍物的干扰时所具有的自恢复性能也是因为同样的原因。

### 3 SGB 光束在大气湍流中的光场分布

广义的惠更斯-菲涅耳原理是在假定湍流为局部均匀, 采用 Kolmogorov 谱和 Rytov 近似得到的。在湍流大气中, 沿  $z$  轴传播的 SGB 光束光场中任意一点  $(r, \phi, z)$  的平均光强为<sup>[2]</sup>:

$$I(r, \phi, z) = \frac{k^2}{(2\pi z)^2} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} ds_1 d\phi_1 ds_2 d\phi_2 \times s_1 s_2 E(s_1, \phi_1) E^*(s_2, \phi_2) \exp\left[-\frac{1}{\rho_0^2}(s_1^2 + s_2^2)\right] \times \exp\left[\frac{ik}{2z}(s_1^2 - s_2^2)\right] \exp\left\{\frac{ik}{2z}[-2rs_1 \cos(\phi - \phi_1)]\right\} \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[2rs_2 \cos(\phi - \phi_2)]\right\} \exp\left[\frac{2s_1 s_2}{\rho_0^2} \cos(\phi_1 - \phi_2)\right], \quad (4)$$

其中  $\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$  是球面波在湍流大气中传输时的相干长度,  $C_n^2$  为表示湍流强度的大气

折射率结构常数,  $E^*(\cdot)$  为 SGB 光束  $E(\cdot)$  的共轭。应用公式:

$$\exp\left[\frac{ikrs_2}{z} \cos(\phi - \phi_2)\right] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} i^l J_l\left(\frac{krs_2}{z}\right) \exp[il(\phi - \phi_2)] \int_0^{2\pi} \exp[-in\phi_2 + \frac{2s_1 s_2}{\rho_0^2} (\cos(\phi_1 - \phi_2))] d\phi_2 = 2\pi \exp(-in\phi_1) I_n\left(\frac{2s_1 s_2}{\rho_0^2}\right) \int_0^{2\pi} \exp(im\phi) d\phi = \begin{cases} 2\pi & m = 0 \\ 0 & m \neq 0 \end{cases}$$

把式(4)由四重积分转化为二重积分的形式:

$$I(r, z) = \frac{k^2}{z^2} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \int_0^\infty \int_0^\infty ds_1 ds_2 s_1 s_2 E(s_1, \phi_1) E^*(s_2, \phi_2) \times \exp\left[-\frac{1}{\rho_0^2}(s_1^2 + s_2^2)\right] \exp\left[\frac{ik}{2}(s_1^2 - s_2^2)\right] I_l\left(\frac{2s_1 s_2}{\rho_0^2}\right) \times J_l\left(\frac{krs_1}{z}\right) J_l\left(\frac{krs_2}{z}\right), \quad (5)$$

根据式(5)可以得到在不同湍流强度下的 SGB 光束的轴向和横向光强分布。在式(5)中, 令  $r=0$  可以得到湍流大气环境中光束的轴上光强分布。图 3 给出了不同阶数  $n$  的 SGB 光束在  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时的轴上光强分布。对比图 1 和图 3 可知, 由于大气湍流加剧了 SGB 光束能量的耗

散, 轴上光强随着传播距离的增加而减小的趋势加剧了。

图 4 给出了  $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  时, 阶数  $n=6$  的 SGB 光束  $z=200, 300, 400 \text{ m}$  处的横向光强分布。图 4 表明在弱湍流条件下, 在一定的距离范围内, SGB 光束的无衍射性能能够很好地保持下

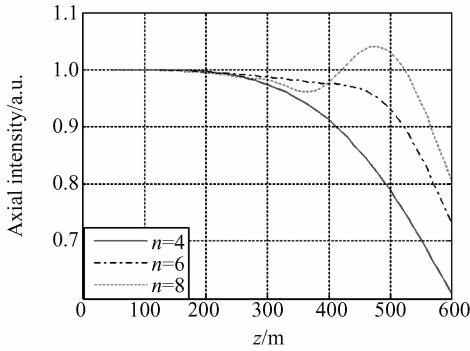


图 3 SGB 光束在湍流大气中的轴上光强分布

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ ,  $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )

Fig. 3 Axial intensity of SGB beam versus propagation distance in turbulent atmosphere

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ ,  $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )

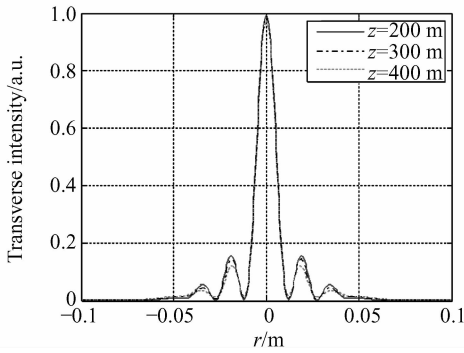


图 4 SGB 光束在湍流大气中不同位置的横向光强分布

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ ,  $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )

Fig. 4 Transverse intensity distribution of SGB beam at different positions in turbulent atmosphere

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ ,  $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ )

来。为了证实这一点,这里图 5 给出了不同的弱湍流强度时,SGB 光束在  $z=400 \text{ m}$  处的横向平均光强分布。显然,不同的弱湍流强度下,SGB 光束在该位置的横向光强分布几乎是相同的,相应的轴上光强也只是很小的变化。

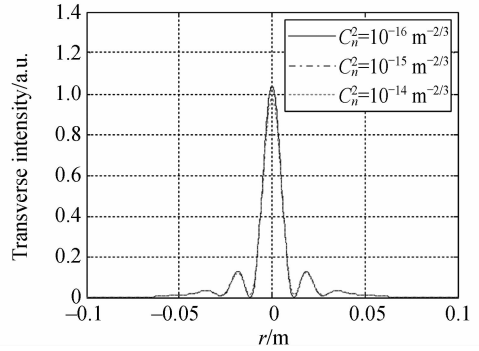


图 5 SGB 光束在大气湍流中  $z=400 \text{ m}$  处的横向光强分布

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ )

Fig. 5 Transverse intensity distribution of SGB beam at  $z=400 \text{ m}$  in turbulent atmosphere

( $\beta=200 \text{ m}^{-1}$ ,  $\omega_0=0.05 \text{ m}$ ,  $n=6$ )

## 4 结 论

本文基于广义的惠更斯-菲涅耳原理,采用数值模拟的方法,研究了在大气弱湍流环境中,SGB 光束的轴向和横向光强分布。在弱湍流大气环境中,SGB 光束能够在一定的距离范围内,保持其无衍射性,也就是说,SGB 光束保持其中心主瓣的大小恒定,这表明 SGB 光束的无衍射性具有一定的抵制湍流干扰的能力。尽管湍流强度会导致 SGB 光束的轴上光强随传播距离的增加较快的衰减,但是通过选择合适的超高斯函数为孔径函数,可以改善光束的轴上光强分布,可以将 SGB 光束在一定距离范围内的轴上光强的变动限制在不超过 10%,甚至更小。在无线激光通信中可以利用 SGB 光束这种性质改善信号的接收,提高仪器的效能。以上探讨没有考虑空气的吸收、散射等因素对光强的影响。

## 参考文献:

- [1] EYYUBOGLU H T, HARDALAC F. Propagation of modified Bessel-Gaussian beams in turbulence [J]. *Optics & Laser Technology*, 2008, 40(2): 343-351.
- [2] EYYUBOGLU H T. Propagation of higher order

Bessel-Gaussian beams in turbulence [J]. *Applied Physics B*, 2007, 88(2): 259-265.

- [3] 田 芃,元秀华,张国云. 大气湍流中受限高斯光束的轴向光强分布[J]. *量子电子学报*, 2007, 24(3): 352-356.

TIAN P, YUAN X H, ZHANG G Y. Axial light intensity distribution of limited Gaussian beams in atmospheric turbulence [J]. *Chinese Journal of Quan-*

- tum Electronics*, 2007, 24(3):352-356. (in Chinese)
- [4] RICKLIN J C, DAVIDSON F M. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 2003, 20(5):856-866.
- [5] DURNIN J, MICELI J J, EBERLY J H. Diffraction-free beams[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(15):1499-1501.
- [6] 周莉萍, 赵斌, 李柱. 无衍射光束的理论的实现[J]. *光学精密工程*, 1997, 5(4):14-19.  
ZHOU L P, ZHAO B, LI ZH. Theory and generation of non-diffracting Bessel beams. [J]. *Opt. Precision Eng.*, 1997, 5(4):14-19. (in Chinese)
- [7] LEI M, YAO B L. Characteristics of beam profile of Gaussian beam passing through an axicon[J]. *Optics Communications*, 2004, 239(4-6):367-372.
- [8] JIANG Z P. Super-Gaussian-Bessel beam[J]. *Optics Communications*, 1996, 125:207-210.
- [9] HERMAN R M, WIGGINS T A. Production and uses of diffractionless beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1991, 8(6):932-942.

## 作者简介:



马秀波(1970—),男,山东禹城人,博士研究生,主要从事激光传输与应用等方面的研究。E-mail: tdmxb@126.com

## 导师简介:



李恩邦(1963—),男,天津人,教授,博士生导师,主要从事激光与光电子技术、光通信、光纤传感等方面的研究。E-mail: enbang@tju.edu.cn

## ● 下期预告

# 1 200 mm 望远镜开环液晶自适应光学系统设计

陈浩<sup>1,2</sup>, 宣丽<sup>1</sup>, 胡立发<sup>1</sup>, 曹召良<sup>1</sup>, 穆全全<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100049)

在利用地基大口径光学望远镜进行天文观测时,液晶自适应光学成像技术已经被广泛地应用于校正大气湍流所引起的波前像差,为验证该技术的有效性,并最大限度地提高光学系统的能量利用率,应用 Zemax 软件设计出了与 1 200 mm 望远镜匹配的开环液晶自适应光学系统。针对本套开环自适应光学系统探测光路和校正光路自身的特殊要求,制定了具体的公差原则,并应用 Zemax 软件进行了公差分析,分析表明本套自适应光学系统具备较宽松的公差条件,可以较容易实现加工和装调。对该光学系统的成像性能进行了相应的评价:所设计自适应光学系统的 MTF 曲线接近衍射极限,光学传递函数的模在 50 lp/mm 时可以达到 0.4,而成像 CCD 的极限分辨率为 31 lp/mm,充分地利用了 CCD 相机的分辨资源。该自适应光学系统与 1 200 mm 望远镜对接匹配后的组合焦距为 19.9 m,  $F$  数为 16, P-V 值为 0.031 4 $\lambda$ 。